Etude micromécanique de la cohésion par capillarité dans les milieux granulaires humides

Fabien Soulié

LMGC UMR 5508 Université Montpellier II, cc048 Place Eugène Bataillon, 34095 Montpellier cedex 05

RESUME. Les phénomènes de capillarité occupent une place importante dans le comportement mécanique des sols granulaires humides. La cohésion par capillarité dans les milieux granulaires polydisperses est étudiée ici aux échelles locale et macroscopique. A l'échelle locale, un modèle explicite de cohésion par capillarité est proposé. Il comprend une loi de comportement et un critère de rupture locaux, fonctions des caractéristiques du doublet capillaire formé de deux grains et du pont liquide. La pertinence du modèle est vérifiée expérimentalement à l'échelle locale sur des doublets de billes. Le modèle local est utilisé dans un code de calcul en éléments discrets 3D, en association avec une approche numérique de la répartition de l'eau dans le milieu. Des essais de compression simple sont réalisés numériquement et expérimentalement sur des échantillons de billes de verre. Les résultats obtenus sont en bonne concordance, ce qui permet de valider l'approche en éléments discrets dans le cas de la capillarité, et d'envisager l'étude du comportement macroscopique des matériaux granulaires humides. Les applications potentielles concernent le comportement des sols granulaires (sables fins et limons) non saturés.

MOTS-CLÉS : cohésion par capillarité, milieux granulaires, résistance mécanique.

ABSTRACT. Capillary phenomena play an important role in the mechanical behaviour of wet granular soils. The capillary cohesion in polydisperse granular materials is studied at the local and macroscopic scales. At the local scale, a modeling of capillary cohesion is proposed. It includes a local force law and a rupture criterion, both explicit functions of the characteristics of the grain-pair. The modeling of capillary force is validated by experiments performed over pairs of beads. The modeling is then implemented in a 3D numerical code based on a discrete element method, together with a protocol for the distribution of water in the granular materials. Axial compression tests are carried out numerically and experimentally. The obtained results are in good agreement, which allows us to approve the discrete element approach in the case of capillarity, allowing thus to study the macroscopic behaviour of wet granular materials. The envisaged applications are related to the behaviour of unsaturated granular soils (fine sands and silts).

KEYWORDS : capillary cohesion, granular materials, mechanical strength.

1. INTRODUCTION

Le comportement mécanique des sols est fortement dépendant de la quantité d'eau présente dans l'espace poral (Holtz *et al.*, 1991). On s'intéresse ici au comportement mécanique des sols granulaires (sables fins et limons) à faibles teneurs en eau, plus particulièrement dans le domaine hydrique pendulaire. Dans ce cas, la phase liquide est discontinue et se trouve localisée sous forme de ponts liquides entre les grains de sols, générant ainsi des actions cohésives de type capillaire entre les grains. Ces faibles quantités d'eau sont suffisantes pour assurer la tenue mécanique d'édifices éphémères tels que les châteaux de sable (Halsey *et al.*, 1998). Une importante littérature se rapporte au cas des forces capillaires entre grains de même taille, ce qui correspond au cas monodisperse, dont les détails

peuvent être consultés dans les travaux de Hotta *et al.* (1974), Pierrat *et al.* (1997), Mikami *et al.* (1998). Cependant, ce cas ne traduit pas toute la complexité des sols granulaires, qui présentent souvent un caractère fortement polydisperse.

L'objectif de ce travail est d'étudier la cohésion par capillarité au sein des milieux granulaires polydisperses et d'évaluer l'influence de cette cohésion locale sur le comportement mécanique macroscopique. Une approche couplée modélisation-expérimentation à l'échelle locale permet de comprendre comment les forces capillaires peuvent compenser le poids de grains de sable de la taille du millimètre. L'étude à l'échelle locale a conduit à l'élaboration d'un modèle explicite de cohésion par capillarité entre deux grains de tailles différentes destiné à l'implémentation dans un code de calcul en éléments discrets. L'influence de la cohésion capillaire locale sur le comportement macroscopique est analysée à travers des essais de compression simple, à la fois par des simulations numériques et par des expériences macroscopiques.

2. COHESION PAR CAPILLARITE A L'ECHELLE LOCALE : PONT LIQUIDE ET FORCE CAPILLAIRE

La cohésion capillaire est étudiée à l'échelle d'une paire de grains liés par un pont liquide (Figure 1a). Il s'agit d'étudier la force de cohésion capillaire qui résulte de cette configuration.

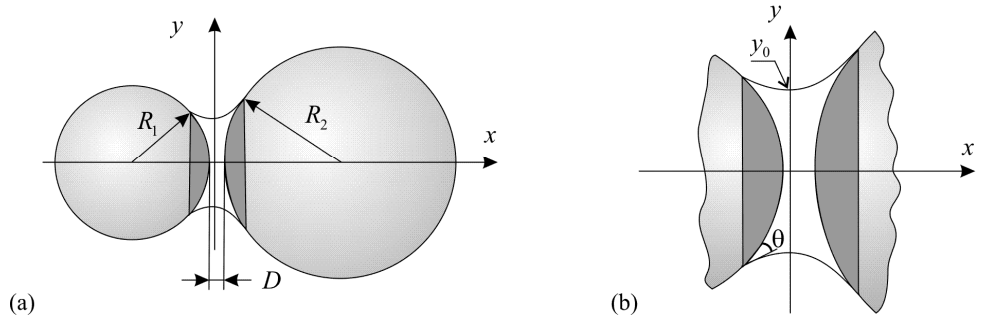

Figure 1: Configuration géométrique d'un doublet capillaire ; a) description générale, b) détail du pont liquide.

2.1. EXPRESSION DE LA FORCE CAPILLAIRE

Le pont liquide entre deux grains de tailles différentes prend une forme axisymétrique complexe dont l'axe de symétrie correspond à l'axe *x* du doublet (Figure 1). La forme du pont liquide dépend :

- de paramètres liés aux caractéristiques des constituants : angle de mouillage θ, tension superficielle σ, tailles des grains (assimilés à des sphères lisses de rayons R_1 et R_2),

- de paramètres liés à la configuration du doublet capillaire : distance intergranulaire *D* et volume du pont liquide *V*.

La forme du pont liquide est régie par l'équation différentielle de Laplace-Young [Eq. 1] :

$$\frac{\Delta p}{\sigma}\left(1+y'^2(x)\right)^{3/2}+\frac{1+y'^2(x)}{y(x)}-y''(x)=0 \qquad \text{[Eq. 1]}$$

où *y* est l'ordonnée qui décrit le profil du pont liquide et $\Delta p = p_{gaz} - p_{liquide}$ correspond à la différence de pression à travers l'interface gaz-liquide.

La force capillaire F engendrée par le pont liquide est intimement liée à la géométrie du pont liquide. Cette force résulte de la contribution de la tension superficielle σ et de la différence de pression Δp, et peut être exprimée au niveau du rayon de gorge y_0 du pont liquide (Figure 1b) par :

$$F = 2\pi\, y_0\ \sigma + \pi\, y_0^2\, \Delta p \qquad \text{[Eq. 2]}$$

Pour effectuer des simulations numériques en éléments discrets de milieux granulaires en présence de cohésion capillaire, il convient d'exprimer la force capillaire comme une fonction explicite de la distance intergranulaire D et du volume du pont liquide V. L'objectif d'une telle expression est de relier la description locale du pont liquide à des paramètres macroscopiques tels que la teneur en eau et la compacité du milieu granulaire. Les relations [Eq. 1] et [Eq. 2] sont complétées par des relations géométriques décrivant la distance intergranulaire, le volume du pont liquide, et les conditions de raccordement du pont liquide sur les grains (ligne triple définissant l'interface solide-liquide-gaz). L'ensemble de ces relations constitue un système d'équations non-linéaires couplées qui décrit la force capillaire et la configuration du doublet capillaire. Ce système d'équations est résolu numériquement pour différentes valeurs des paramètres R_1, R_2 et θ. On obtient ainsi un ensemble de solutions numériques reliant la force capillaire aux différents paramètres décrivant la configuration du doublet capillaire. Sur la base d'une approximation proposée par Mikami *et al.* (1998) dans le cas monodisperse, une approximation des solutions numériques permet de proposer une relation explicite définissant la force capillaire (Soulié *et al.*, 2005 ; Soulié *et al.*, 2006) :

$$F = \pi\ \sigma \sqrt{R_1\, R_2}\left(c + \exp\left(a\,\frac{D}{R_2} + b\right)\right) \qquad \text{[Eq. 3]}$$

Les coefficients a, b et c sont des fonctions du volume du pont liquide V, de l'angle de mouillage θ et du rayon R_2 du grain de plus grande taille :

$$\begin{aligned} a &= -1{,}1\left(\frac{V}{R_2^3}\right)^{-0.53} \\ b &= \left(-0{,}148\ln\left(\frac{V}{R_2^3}\right) - 0{,}96\right)\theta^2 - 0{,}0082\ln\left(\frac{V}{R_2^3}\right) + 0{,}48 \\ c &= 0{,}0018\ln\left(\frac{V}{R_2^3}\right) + 0{,}078 \end{aligned} \qquad \text{[Eq. 4]}$$

Un exemple de calcul théorique de la force capillaire est donné sur la figure 2. Lorsque les grains sont en contact ($D=0$), l'intensité de la force capillaire n'est que très peu influencée par le volume du pont liquide. Cette figure illustre également le fait que, lorsque la distance intergranulaire augmente, l'intensité de la force capillaire diminue jusqu'à la rupture du pont liquide. Il s'avère alors utile de formuler un critère de rupture portant sur la distance de rupture. Lian *et al.* (1993) ont proposé un critère théorique qui exprime, dans le cas monodisperse, la distance intergranulaire de rupture $D_{rupture}$ en fonction du volume du pont liquide V et de l'angle de mouillage θ :

$$D_{rupture} = (1 + 0{,}5\theta)\, V^{1/3} \qquad \text{[Eq. 5]}$$

Des essais préliminaires ont permis de vérifier la validité de ce critère de rupture dans le cas polydisperse, permettant ainsi son utilisation en complément de l'expression de la force capillaire.

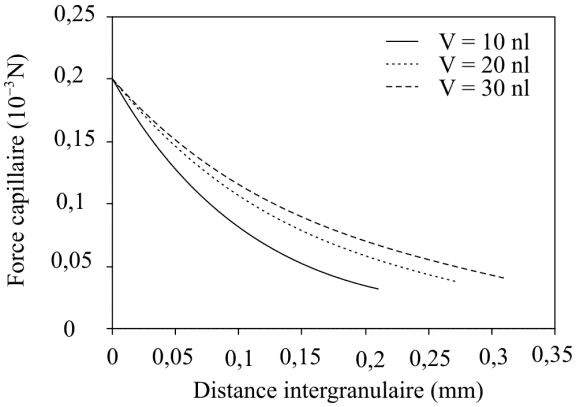

Figure 2: Evolution théorique de la force capillaire en fonction de la distance intergranulaire D pour différents volumes V du pont liquide. Le pont liquide est composé d'eau pure (θ=0, σ=0,073 N/m), les rayons des grains sont R_1=0,4 mm et R_2=0,65 mm.

L'ensemble des relations [Eq. 3] à [Eq. 5] constitue donc un modèle théorique permettant de définir le comportement de cohésion par capillarité à l'échelle locale, entre deux grains de tailles différentes.

2.2. EXPERIENCES A L'ECHELLE LOCALE

Des expériences sont réalisées sur des doublets modèles constitués de billes en acier inoxydable de différents diamètres. Le principe de ces essais à l'échelle locale consiste à effectuer un essai de traction sur un pont liquide à volume d'eau constant (Figure 3). Pour un volume de pont liquide donné, une vis micrométrique permet de contrôler la distance intergranulaire, tandis qu'une balance de précision permet, par pesée différentielle, d'accéder à la force capillaire.

Figure 3: Exemple de doublet capillaire modèle utilisé pour l'étude expérimentale à l'échelle locale.

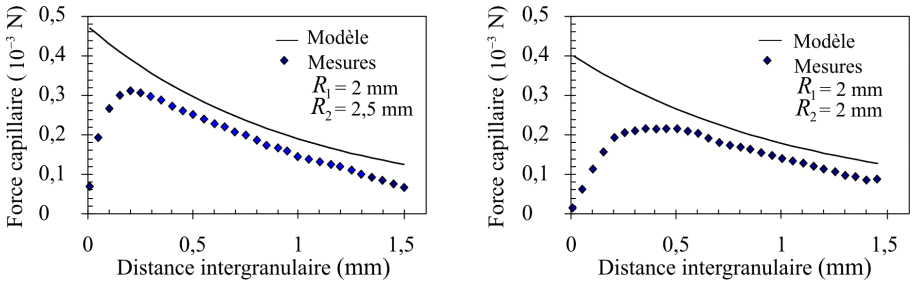

Figure 4: Evolution de la force capillaire : modèle théorique et résultats expérimentaux pour un volume de pont liquide V = 3 mm^3.

La figure 4 montre les évolutions respectives de la force capillaire mesurée au cours d'essais expérimentaux et de la force capillaire calculée à l'aide des relations théoriques [Eq. 3] et [Eq. 4] dans les mêmes conditions. Des expériences similaires sont effectuées pour différentes configurations de doublets capillaires (différentes tailles de grains et différents volumes de ponts liquides). Tous les résultats d'essais montrent une bonne concordance entre expérience et modélisation de la force

capillaire, du moins dans la phase où le pont liquide « expérimental » a la même forme que le modèle (Figure 1), à savoir une forme convexe. Les expériences effectuées à l'échelle locale montrent également que l'expression du critère de rupture [Eq. 5] reste valable dans le cas polydisperse. Les relations théoriques [Eq. 3] à [Eq. 5] ont aussi été confrontées avec succès aux résultats expérimentaux obtenus par Willett *et al.* (2000) sur d'autres matériaux et avec d'autres moyens expérimentaux.

3. DE L'ECHELLE LOCALE A L'ECHELLE MACROSCOPIQUE : EXEMPLE DE LA COMPRESSION SIMPLE

Même si la force capillaire entre deux grains permet de compenser le poids d'un grain de sable de la taille du millimètre, la cohésion par capillarité reste une cohésion « faible ». Pour mettre en évidence ses effets à l'échelle macroscopique, il est nécessaire d'utiliser des essais faiblement contraints : pour cette raison, le passage de l'échelle locale à l'échelle macroscopique est abordé à travers l'exemple de la compression simple (Soulié, 2005 ; Soulié *et al*., 2007).

3.1. SIMULATIONS NUMERIQUES

L'objectif des simulations numériques est d'évaluer l'influence de la cohésion par capillarité à l'échelle locale sur le comportement macroscopique des matériaux granulaires. Le code de calcul utilisé est basé sur la méthode des éléments discrets initialement proposée par Cundall *et al.* (1979), étendue au cas cohésif dans une configuration tridimensionnelle.

La cinématique des grains est déterminée par une intégration explicite des équations du mouvement avec un algorithme de type « Velocity Verlet » (Allen *et al.*, 1987). Les grains sont représentés par des sphères qui interagissent à travers des actions de contact, de frottement et de cohésion par capillarité, ces différentes actions étant définies sous forme de lois régularisées. Le contact est ainsi décrit par une loi linéaire de répulsion élastique (avec une raideur de 10^6 N/m) dans la direction normale (axe x de la figure 1), tandis que la loi de frottement de Coulomb est utilisée pour décrire la force dans la direction tangentielle (avec un coefficient de frottement interparticulaire de 0,3). La cohésion par capillarité entre grains est considérée comme une loi normale décrite par les relations [Eq. 3] et [Eq. 4]. La prise en compte de la capillarité dans le code de calcul nécessite la définition d'une méthode de répartition de l'eau dans l'assemblage granulaire. Le volume d'eau macroscopique est distribué au sein de l'échantillon en fonction de la taille des grains constituant les doublets capillaires : plus les grains sont de tailles importantes, plus le volume de pont liquide intervenant dans le calcul de la force capillaire est important. La répartition de l'eau au sein de l'échantillon n'est pas figée : des ponts liquides peuvent se rompre [Eq. 5], ou au contraire se former lorsqu'un nouveau contact s'établit entre deux grains.

Les simulations de compression simple sont réalisées sur des échantillons composés de 8000 grains sphériques dont les diamètres sont régulièrement répartis entre 0,8 mm et 1,3 mm. Les échantillons sont de forme cylindrique (25 mm de diamètre pour 17 mm de hauteur, Figure 5a), avec une porosité initiale égale à 0,38. L'essai de compression simple est réalisé par déplacement du plateau supérieur à une vitesse constante de 1 mm/s, tandis que le plateau inférieur reste immobile. Les simulations sont effectuées pour différentes teneurs en eau macroscopiques : de 0% à 10% par incrément de 1%.

L'effet de la cohésion par capillarité est clairement mis en évidence au cours de ces simulations numériques : dans le cas sec (teneur en eau nulle, donc pas de cohésion entre les grains), l'échantillon s'effondre sous l'action de la gravité, tandis que dans les cas humides, l'échantillon conserve sa forme durant l'essai de compression (Figure 5).

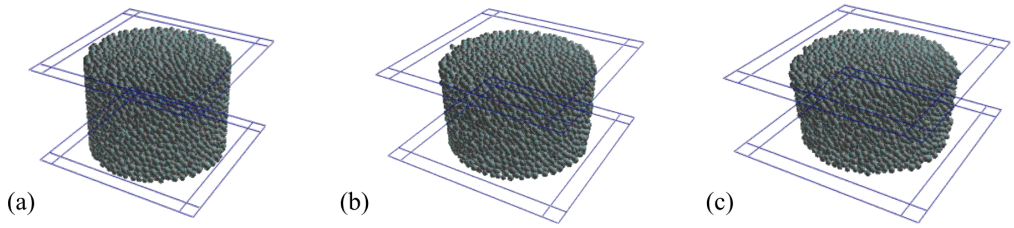

Figure 5: Echantillon composé de 8000 grains sphériques polydisperses dans une simulation de compression simple ; a) état initial, b) état intermédiaire, c) état final.

L'évolution de la force de compression au cours du déplacement du plateau supérieur est enregistrée lors des essais (Figure 6a). Pour chaque teneur en eau, la force maximale obtenue au cours de l'essai de compression correspond à la résistance à la rupture de l'échantillon. L'avantage des simulations en éléments discrets réside également dans la possibilité d'accéder à des informations locales, à l'échelle des grains (vitesses, déplacements, réseaux de forces..., Figure 6b).

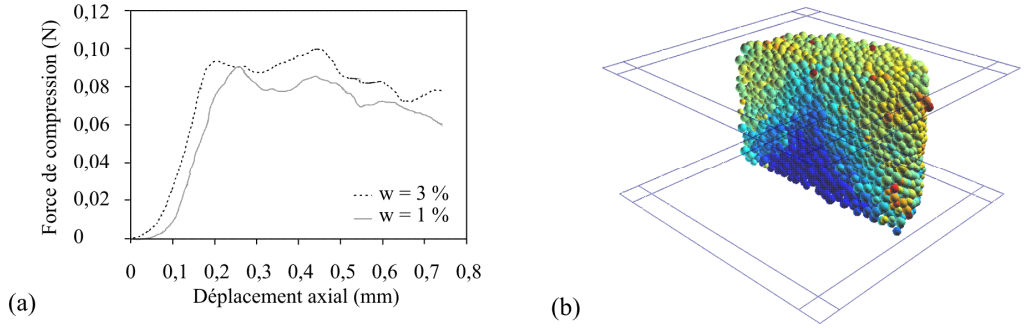

Figure 6: Données obtenues à partir des simulations numériques ; a) évolution de la force de compression en fonction du déplacement axial, b) représentation des déplacements des grains en cours de compression (vue en coupe).

3.2. EXPERIENCES

Des expériences de compression simple sont réalisées dans des conditions similaires à celles des simulations numériques. Les échantillons sont composés de billes de verre dont les diamètres sont compris entre 0,8 mm et 1,3 mm (Figure 7a). Les échantillons sont fabriqués par compactage dans un moule métallique, la cohésion par capillarité est assurée par la présence d'eau distillée en quantités variables suivant les teneurs en eau désirées. Les échantillons sont très fragiles et doivent être manipulés avec précautions. L'échantillon est soumis à une force de compression axiale croissante jusqu'à la rupture. Dans le cas des faibles teneurs en eau, les échantillons sont particulièrement fragiles et la rupture survient pour de faibles valeurs de la force de compression (Figure 7b).

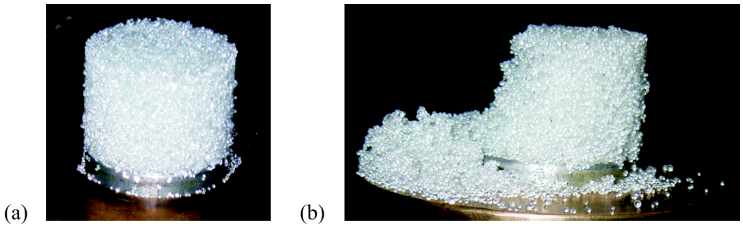

Figure 7: Photographies d'un échantillon composé de billes de verre utilisé pour un essai de compression simple ; a) état initial, b) état final, rupture fragile dans le cas de teneurs en eau faibles (entre 0% et 3%).

3.3. COMPARAISON SIMULATIONS-EXPERIENCES

Les configurations géométriques des échantillons numériques et expérimentaux étant identiques, les forces à la rupture observées au cours des différents essais sont utilisées pour rendre compte de la résistance mécanique des échantillons à la compression. La figure 8 présente l'évolution de la force à la rupture numérique et expérimentale en fonction de la teneur en eau. Pour chaque teneur en eau, les résultats expérimentaux présentés sur cette figure correspondent à la moyenne des résultats obtenus pour cinq essais. Ces résultats expérimentaux mettent clairement en évidence une augmentation de la résistance mécanique des milieux granulaires avec la teneur en eau. Les résultats numériques corroborent les résultats expérimentaux : dans les deux cas, les ordres de grandeur des forces à la rupture sont similaires et la force à la rupture augmente avec la teneur en eau.

Les différences qui existent entre les résultats fournis par les deux approches peuvent notamment s'expliquer par la répartition de l'eau au sein du matériau granulaire. Cette répartition semble avoir une forte influence sur le comportement mécanique macroscopique. Cependant, la façon dont l'eau est réellement distribuée au sein des matériaux granulaires est assez mal connue. Le modèle de distribution de l'eau utilisé dans les simulations numériques suppose une répartition homogène des ponts liquides dans tout l'échantillon, quelle que soit la teneur en eau. Ceci a tendance à surestimer la résistance mécanique. Expérimentalement, malgré toutes les précautions prises, la répartition de l'eau reste difficile à contrôler, et il peut exister une certaine hétérogénéité de la répartition de l'eau au sein des échantillons. Cette hétérogénéité est d'autant plus importante que les quantités d'eau introduites sont faibles, ce qui peut expliquer les écarts observés sur la figure 8, et plus particulièrement pour les faibles valeurs de teneurs en eau.

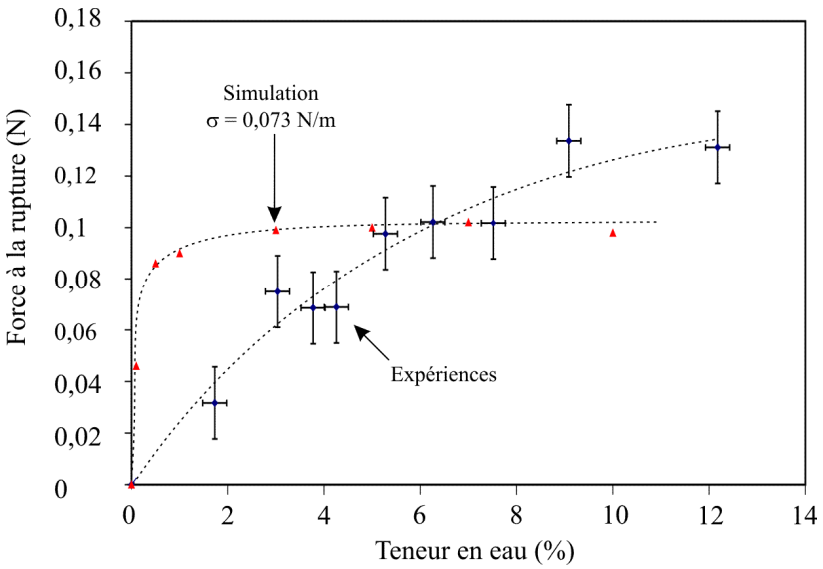

Figure 8: Evolution de la force à la rupture avec la teneur en eau : comparaison entre résultats numériques et expérimentaux.

4. CONCLUSION

Cette étude a permis d'analyser l'effet des forces de cohésion par capillarité dues à la présence de faibles quantités d'eau dans les milieux granulaires. A l'échelle locale, une approche couplée modélisation-expérience a permis de proposer une relation explicite décrivant la force capillaire entre deux grains de tailles différentes en fonction de la distance intergranulaire et du volume du pont liquide. L'implémentation de cette relation dans un code de calcul en éléments discrets a nécessité en outre l'utilisation d'un critère de rupture du pont liquide et la définition d'une méthode de répartition de l'eau au sein des échantillons. Des essais de compression simple, réalisés numériquement et expérimentalement, ont montré l'influence de la cohésion capillaire et de la teneur en eau sur la résistance mécanique des échantillons.

Ce type d'approche multi-échelles, basée sur des aspects de modélisation, d'expérimentation et de simulation numérique, offre des perspectives intéressantes quant à la prise en compte de mécanismes d'interaction complexes dans les milieux granulaires humides.

5. BIBLIOGRAPHIE

Allen M.P., Tildesley D.J. (1987) « *Computer simulation of liquids* », Oxford, Oxford University Press.

Cundall P.A., Strack O.D.L. (1979) « A discrete numerical model for granular assemblies » *Géotechnique*, vol. 29, p. 47-65.

Halsey T.C., Levine A.J. (1998) « How sandcastles fall » *Physical Review Letters*, vol. 80, n°14, p. 3141-3144.

Holtz R.D., Kovacs W.D. (1991) « Introduction à la géotechnique », Montréal, Editions de l'Ecole Polytechnique de Montréal.

Hotta K., Takeda K., Iionya K. (1974) « The capillary binding force of a liquid bridge » *Powder Technology*, vol. 10, p. 231-242.

Lian G., Thornton C., Adams M.J. (1993) « A theoretical study of the liquid bridge forces between two rigid spherical bodies » *Journal of Colloid and Interface Science*, vol. 161, p. 138-147.

Mikami T., Kamiya H., Horio M. (1998) « Numerical simulation of cohesive powder behavior in a fluidized bed » *Chemical Engineering Science*, vol. 53, n°10, p. 1927-1940.

Pierrat P., Caram H.S. (1997) « Tensile strength of wet granular » *Powder Technology*, vol. 91, p. 83-93.

Soulié F. (2005) « Cohésion par capillarité et comportement mécanique de milieux granulaires », Thèse de doctorat, Université Montpellier II.

Soulié F., Cherblanc F., El Youssoufi M.S., Saix C. (2006) « Influence of liquid bridges on the mechanical behaviour of polydisperse granular materials » *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, vol. 30, p. 213-228.

Soulié F., El Youssoufi M.S., Cherblanc F., Saix C. (2005) « Influence of water content on the mechanical behavior of granular assemblies » *Powders and Grains 2005*, Stuttgart, p. 599-603.

Soulié F., El Youssoufi M.S., Cherblanc F., Saix C. (2007) « Capillary cohesion and mechanical strength of polydisperse granular materials » soumis à *European Physical Journal E*.

Willett C.D., Adams M.J., Johnson S.A., Seville J.P.K. (2000) « Capillary bridges between two spherical bodies » *Langmuir*, vol. 16, p. 9396-9405.