Approche mésoscopique du comportement du béton

Apport de la représentation géométrique

Christian La Borderie — Claire Lawrence — Gilbert Sornin

Laboratoire de Sciences Appliquées au Génie Civil et Côtier
Université de Pau et des Pays de l'Adour
Allée du Parc Montaury, 64600 Anglet
christian.laborderie@univ-pau.fr

RÉSUMÉ. *La modélisation macroscopique du comportement mécanique du béton a beaucoup évoluée et les modèles actuels permettent de prendre en compte des phénomènes de plus en plus complexes. Malgré cela, et particulièrement lorsqu'on doit se préoccuper de phénomènes couplés, les différentes échelles présentes dans la structure du matériau sont mal représentées par ce type d'approche. La modélisation de la structure matérielle à l'échelle du grain de sable (mésoscopique) couplée aux méthodes de calculs non linéaires permet de rendre compte de phénomènes complexes. Les modèles mésoscopiques considèrent le béton comme un matériau multiphasique (généralement biphasique). Le comportement de la pâte est différencié de celui des inclusions (granulats) dont la géométrie est souvent idéalisée par des sphères ou des disques. Nous nous intéressons dans cette étude au rôle de la finesse de la représentation géométrique des inclusions sur les résultats fournis par le modèle.*

ABSTRACT. *The macroscopic modeling of the mechanical behavior of concrete has much evolved, and the current models enable us to take into account increasingly complex phenomena. In spite of that, and particularly when coupled phenomena are concerned, the various scales present in the structure of material are badly represented by this kind of approach. The modeling of the material structure at the scale of the sand grain (mesoscopic) coupled with nonlinear computation methods makes it possible to take into account complex phenomena. The mesoscopic models for the concrete often idealize the geometry of inclusions by spheres or discs. This study is focused on the role of the acuracy of the geometrical representation of inclusions or aggregates on the results provided by the model.*

MOTS-CLÉS : *béton, approche mésoscopique, géométrie des granulats.*

KEYWORDS: *Concrete, mesoscopic approach, shape of the aggregates.*

1re soumission à *24èmes Rencontres Universitaires de Génie Civil*, le 12 avril 2006

1. Introduction

Le béton est un matériau hétérogène, la nature de l'hétérogénéité dépend essentiellement de l'échelle d'observation. Si on se place à l'échelle du grain de sable, on peut le considérer comme un matériau biphasique, les granulats de formes complexes, de tailles différentes sont répartis *aléatoirement* dans la pâte. Les approches macroscopiques nécessitent de considérer un volume élémentaire représentatif. Or celui-ci dépend non seulement de la nature du matériau, mais aussi de la physique à représenter. Lorsqu'on veut représenter des phénomènes couplés (thermo-mécaniques par exemple), plusieurs longueurs caractéristiques interviennent et une approche macroscopique peut s'avérer insuffisante. La modélisation de la structure du matériau comme un milieu hétérogène à une échelle plus faible apporte souvent des éléments intéressants (Boussa *et al.*, 2001, Fu *et al.*, 2004). Après les approches de type micro-macro, les modèles mésoscopiques apportent leur contribution à la compréhension et à la modélisation de phénomènes complexes. La plupart des approches mésoscopiques adaptées au béton utilisent une géométrie idéalisée des granulats ou des inclusions, les modèles géométriques sont souvent circulaires (Mounajed *et al.*, 2004, Prado a *et al.*, 2003) . . . ou polygonaux (Wang *et al.*, 1999, Caballero *et al.*, 2006) bidimensionnels ou tridimensionnels. On peut également s'intéresser à la bonne représentation de la courbe granulométrique et de l'empilement granulaire, aux types d'approches utilisées (réseaux de poutres, éléments finis), aux modèles de comportements, à la représentation ou non d'une phase de transition entre la pâte et les granulats.

Nous nous intéressons par la suite à validité des approches basées sur des géométries de granulats circulaires en prenant comme référence une géométrie bidimensionelle obtenue à partir d'une image réelle de béton. Les résultats obtenus seront comparés sur la base de critères locaux et globaux pour des sollicitations de traction, compression, thermique pure et thermo-mécanique.

2. Modèle de comportement pour les constituants du béton

2.1. *Modèle mécanique*

Les modèles macroscopiques utilisés classiquement pour le bétons possèdent généralement un nombre important de paramètres qui permettent de décrire la complexité du comportement du matériau sous diverses sollicitations. Nous pensons qu'une grande partie de cette complexité peut être représentée par la géométrie, aussi, nous avons choisi un modèle de comportement pour la pâte de ciment et les granulats qui soit le plus simple possible (principe de conservation de l'embêtement (Millard, n.d.)). Tout en étant simple, ce modèle doit permettre de représenter les effets unilatéraux et d'obtenir des résultats objectifs par rapport à la taille des mailles utilisées . Le modèle utilisé est le modèle isotrope de S. Fichant (Fichant *et al.*, 1999) qui permet de maîtriser l'énergie de fissuration G_f pour lequel nous avons désactivé les possibilités d'endommagement en compression ainsi que la plasticité. La contrainte effective $\bar{\sigma}$

est obtenue à parti de la déformation ε et des caractéristiques initiales du matériau E et ν.

$$\bar{\sigma}_{ij} = \frac{E}{1+\nu}\varepsilon_{ij} + \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}\varepsilon_{kk}\delta_{ij} \quad [1]$$

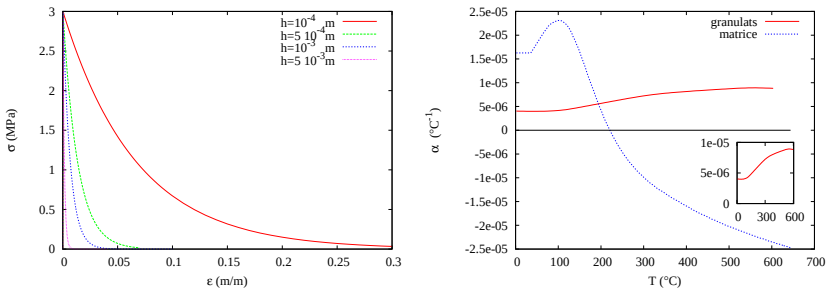
on calcule ensuite la contrainte σ à partir de la variable d'endommagement D :

$$\sigma_{ij} = (1-D)\langle\bar{\sigma}\rangle^{+}_{ij} + \langle\bar{\sigma}\rangle^{-}_{ij} \quad [2]$$

Où $\langle X\rangle^{+}$ et $\langle X\rangle^{-}$ désignent les parties positives et négatives du tenseur X définies par Ladevèze (Ladevèze, 1983). L'endommagement est calculé à partir de la déformation équivalente $\tilde{\varepsilon}$ définie par Mazars (Mazars, 1986).

$$D = 1 - \frac{f_t}{E\tilde{\varepsilon}} exp\left(\frac{hf_t}{G_f}\left(\frac{f_t}{E} - \tilde{\varepsilon}\right)\right) \quad [3]$$

Où f_t désigne la contrainte ultime en traction, G_f l'énergie de fissuration et h est la taille de l'élément fini considéré. On obtient par exemple pour $f_t = 3MPa$ et $G_f = 30Nm$, les relations uniaxiales reportées sur la figure 1(a) pour différentes tailles d'éléments h. On peur noter les valeurs relativement importantes des déformations représentées qui sont liées aux petites tailles d'éléments utilisées.



(a) Mécanique (b) Thermique

Figure 1. *Comportement des constituants*

	$E(GPa)$	$f_t(MPa)$	$G_f(Nm)$
Pâte	15	3	20
Granulats	60	6	60

Tableau 1. *Caractéristiques mécaniques des constituants*

2.2. *Couplage thermo-mécanique*

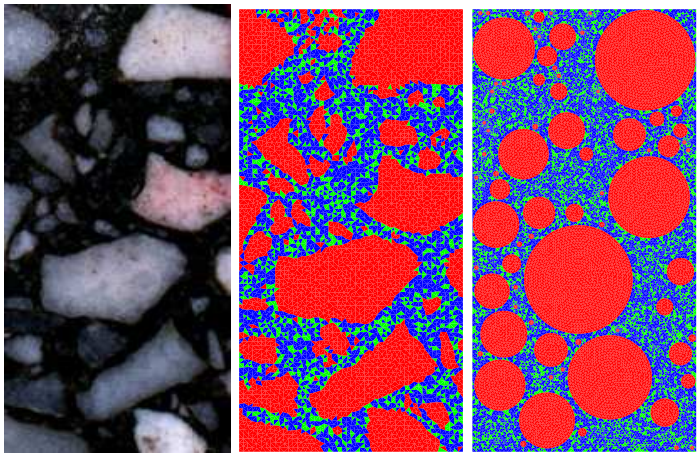
Les calculs thermo-mécaniques sont effectués en situation quasi stationnaire et nous avons pris des coefficients de conductivité constants et homogènes sur les deux

phases. Bien que les calculs soit effectués en thermique transitoire, les conditions imposent une température quasiment constante sur l'échantillon. Par contre, nous avons tenu compte des évolutions des coefficients de dilatation thermique $\alpha(T)$ de la pâte et des granulats en fonction de la température. ($\varepsilon_{th} = \alpha(T) * (T - 20)$) Nous avons introduit les valeurs directement obtenues à partir d'expériences sur des échantillons de chaque phase (Gaweska-Hager, 2004) (Figure 1(b)).

3. Géométries des échantillons

3.1. *Géométrie de référence*

Afin de faciliter les étapes d'analyse d'images, nous avons utilisé une image scannée (figure 2(a)) obtenue à partir d'un béton spécifiquement formulé pour que le contraste entre la pâte et les granulats soit maximale (Boussa *et al.,* 2001). Les différentes phases sont différenciées à l'aide du logiciel *OOF*(NIST, 1998) qui génère le maillage correspondant. Ce maillage est ensuite réinterprété dans le logiciel Cast3M (Verpeaux *et al.,* 1998) pour effectuer les éventuelles transformations et les calculs. Les inclusions identifiées les plus petites correspondent à la taille des éléments utilisés soit $10^{-4}m$. La formulation du béton utilisée contenant des sables de taille inférieure, et certains petits éléments n'ont pas pu être détectés par l'analyse d'image. Afin de respecter le ratio volume de granulats sur volume total (67% dans notre étude) certains éléments ont été tirés aléatoirement jusqu'à ce que le ratio soit correct (éléments verts sur la figure 2(b)).



(a) Originale (b) Référence (c) Idéalisée

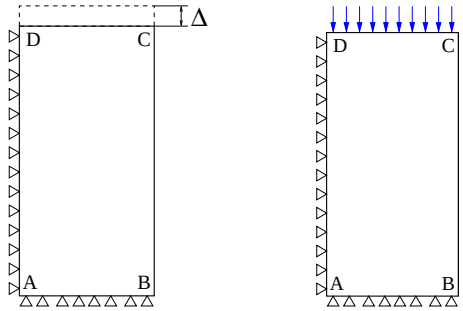
Figure 2. *Géométries des granulats*

3.2. *Géométrie idéalisée*

On appelle géométrie idéalisée la géométrie obtenue par dégénérescence des inclusions en disques dont le rayon est obtenu de façon à ce que l'aire soit respectée. La position du centre de gravité de chaque inclusion est dans un premier temps conservée. L'encombrement des granulats n'ayant pas été conservé, des interférences peuvent exister entre granulats ou avec les frontières du domaine étudié. La position des centres de gravité des granulats est donc modifiée de façon à éviter ces interférences tout en minimisant les déplacements et en laissant prioritairement en place les plus grosses inclusions. De cette manière, seule la géométrie des granulats est modifiée et l'arrangement granulaire (qui est également un paramètre important du modèle mésoscopique) est globalement conservé.

4. Sollicitations et conditions aux limites

Les échantillons correspondant à la géométrie de référence et à la géométrie idéalisée sont sollicités en traction en compression en thermique et en thermique sous charge. Compte tenu de la taille réduite de l'échantillon, nous avons mis en place des conditions pseudo périodiques (symétries sur les bords $[AB]$ et $[DA]$) qui permettent néanmoins de conserver le bord $[BC]$ libre. Dans le cas d'un chargement mécanique, on impose un déplacement vertical Δ sur le bord $[CD]$. Dans le cas d'un chargement thermique ou thermo-mécanique, le bord $[CD]$ est astreint à rester horizontal, une pression constante y est éventuellement appliquée.



(a) Mécanique (b) Thermique

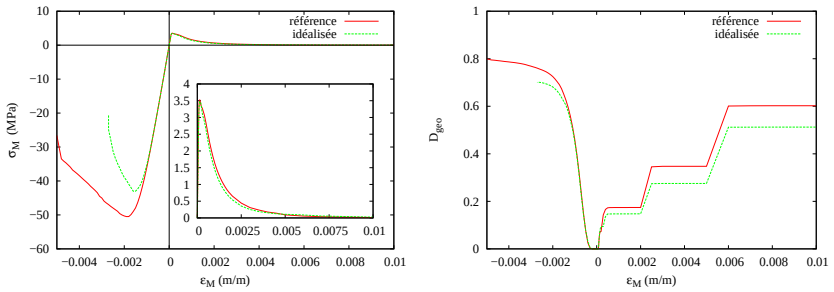
Figure 3. *Conditions aux limites*

5. Résultats

5.1. *Calculs mécaniques*

5.1.1. *Niveau macroscopique*

Les comparaisons sont effectuées sur la base de la courbe contrainte macroscopique σ_M déformation macroscopique ε_M. On obtient simplement la contrainte macroscopique en divisant la force appliquée par la longueur du segment $[CD]$ et la déformation macroscopique en divisant le déplacement imposé Δ par la longueur du segment $[BC]$. On constate sur la figure 4(a) que les relations obtenues sont tout à fait similaires si ce n'est une légère différence dans le domaine de la compression. On remarque également que les deux modèles permettent de décrire correctement la dégradation du matériau en compression, bien que le modèle utilisé au niveau mésoscopique reste élastique linéaire en compression pure. On peut définir l'endommagement



(a) Courbe globale (b) Endommagement

Figure 4. *Résultats*

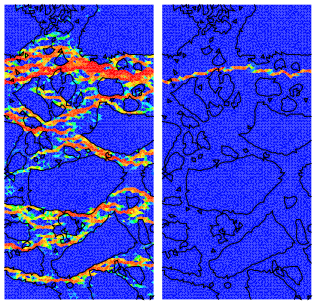
macroscopique mécaniquement à l'aide de la relation $\sigma_M\ \varepsilon_M$, mais aussi géométriquement :

$$D_{geo} = \frac{\int_\Omega D(x,y)dxdy}{\int_\Omega dxdy} \qquad [4]$$

Cette définition géométrique de l'endommagement permet de suivre les étapes d'endommagement diffus et les étapes de localisation (Figure 4(b)). On constate sur les deux courbes que l'augmentation de l'endommagement est progressif en compression jusqu'à la rupture pour laquelle l'endommagement géométrique atteint $0,8$. En traction, on observe trois zones de croissance de l'endommagement ainsi que trois plateaux sur chaque courbe. Les zones de croissances correspondent à des étapes pendant lesquelles l'endommagement est diffus, les plateaux, qui ne sont pas totalement horizontaux, correspondent à des étapes de localisation de l'endommagement sur une bande d'éléments. Ces changements de régime de localisation ne sont pas visibles sur la courbe globale.

5.1.2. *Niveau local*

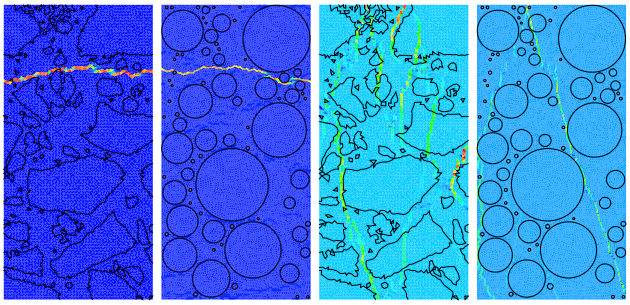
Représentation de l'ouverture de fissure : On considère qu'un élément endommagé est traversé par une fissure unique. Le déplacement U des bords de l'élément de taille h sollicité par une contrainte $\sigma = E(1-D)\varepsilon$ se décompose en une déformation $\varepsilon_0 = \frac{\sigma}{E}$ dans l'élément et un saut de déformation δ. On a donc : $U = h(1-D)\varepsilon + \delta = h\varepsilon$ soit $\delta = h\varepsilon D$. On peut alors définir l'ouverture unitaire de fissure $\varepsilon_{ouf} = D\varepsilon$. L'endommagement D permet de représenter les zones ayant participé à la dissipation d'énergie (Figure 5(a)) et la variable ε_{ouf} permet de représenter les zones d'endommagement actives à chaque instant (Figure 5(b)). Les champs d'ouverture de fissure à la rupture



(a) D (b) ε_{ouf}

Figure 5. *Champs locaux pour la traction sur géométrie de référence*

sont identiques pour les deux géométries dans le cas de la traction. En compression, un trajet de fissuration direct a été trouvé sur la géométrie idéalisée (Figure 6(d)), alors que pour la géométrie de référence, la fissuration est plus complexe et mène à la rupture de certains granulats (Figure 6(c)). Cette différence permet de justifier la différence obtenue pour les deux géométries sur les courbes de compression.



(a) référence (b) idéalisée (c) référence (d) idéalisée

Figure 6. *Ouvertures de fissures en traction (a), (b) et compression (c),(d)*

5.2. *Calculs thermomécaniques*

Le échantillons sont chargés mécaniquement en compression à 0%, 20%, 40% et 60% de la charge ultime en compression obtenue sur la géométrie de référence. La charge est maintenue constante et le température est appliquée progressivement à une vitesse de $1^oC/mn$ sur la face $[BC]$.

La déformation longitudinale de l'éprouvette est reportée en fonction de la température sur la figure 7.

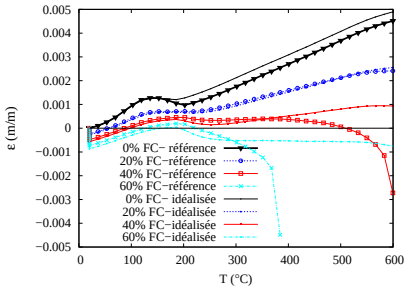
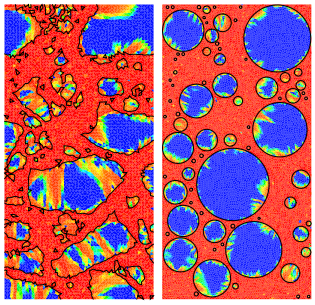


Figure 7. *Comportement thermique sous charge*

Les différences entre les résultats obtenus pour les deux géométries sont très faibles pour des chargements de 0% et 20%. Pour le chargement correspondant à $40\%F_c$, l'échantillon avec géométrie idéalisée se dégrade moins rapidement que l'échantillon de référence. Ce phénomène est plus accentué pour un chargement de $60\%F_c$. Si on observe le champ d'endommagement à 600^oC pour les deux géométries lors d'un chargement thermique pur, on se rend compte que les granulats du béton de référence sont plus endommagés que ceux du béton idéalisé. Cette remarque est particulièrement vraie pour les plus gros granulats dont le rôle est prépondérant en compression.



(a) référence (b) idéalisée

Figure 8. *Champs d'endommagement pour un chargement thermique pur à* 600^oC

6. Conclusions

Nous avons effectué des calculs non linéaires sous chargements mécaniques et thermomécaniques pour deux échantillons de béton, l'un avec des géométries (2D) réelles de granulats , l'autre avec une géométrie idéalisée. Lors d'un chargement de traction, le chemin de fissuration est identique pour les deux échantillons et les différences entre les résultats obtenus ne sont pas significatives.

Lors d'un chargement de compression, les chemins de fissuration sont plus complexes pour l'échantillon de référence qui offre une meilleure résistance et dissipe plus d'énergie.

Pour des chargement thermomécaniques avec un faible niveau de charge les résultats sont comparables pour les deux géométries. Lorsque le niveau de charge atteint $40\%F_c$ ou $60\%F_c$, le béton idéalisé résiste mieux que le béton de référence. Chaque chargement provoque un chemin de fissuration différent. Les différences entre les résultats obtenus pour les deux géométries dépendent fortement du type de chargement. Néanmoins les deux approches ont un intérêt certain et permettent de rendre compte de phénomènes complexes. L'utilisation de géométries elliptiques ou octogonaux pour les granulats idéalisés devrait permettre réduire les différences avec la géométrie de référence. L'étude montre l'importance de la réprésentation géométrique des granulats dans les modèles mésoscopiques. Avant de valider complètement une approche de type "béton numérique" nous devons nous intéresser également à l'influence de l'empilement granulaire sur les résultats obtenus.

Remerciements

Nous remercions la Région Aquitaine pour sa participation.

7. Bibliographie

Boussa H., Lawrence C., La Borderie C., « A Model for computation of Leakage Through Damaged Concrete Structures », *Cement and Concrete Composites*, vol. 23, p. 279-287, 2001.

Caballero A., Lopez C., Carol I., « 3D meso-structural analysis of concrete specimens under uniaxial tension », *Computer Methods Applied Mechanics and Engineering*, vol. , p. In press, 2006.

Fichant S., La Borderie C., Pijaudier-cabot G., « Isotropic and Anisotropic Descriptions of Damage in Concrete Structures », *Mechanics of Cohesive-Frictional Material*, vol. 4, n° 4, p. 339-359, 1999.

Fu Y., Wong Y., Tang C., Poon C., « Thermal induced stress and associated cracking in cement-based composite at elevated temperatures. Part II : thermal cracking around multiple inclusions », *Cement and Concrete Composites*, vol. 26, p. 113-126, 2004.

Garboczi E. J., « Three-dimensional mathematical analysis of particle shape using X-ray tomography and spherical harmonics : Application to aggregates used in concrete », *Cement and Concrete Research*, vol. 32, p. 1621-1638, 2002.

Gaweska-Hager I., Comportement à haute température des bétons à haute performance évolution des principales propriétés mécaniques, PhD thesis, École Nationale des Ponts et Chaussées, 2004.

Kwan A., Wang Z., H.C. C., « Mesoscopic study of concrete II : nonlinear finite element analysis », *Computers and Structures*, vol. 70, p. 545-556, 1999.

Ladevèze P., Sur une Théorie de l'Endommagement Anisotrope, Technical Report n° 34, Laboratoire de Mécanique et Technologie, École Normale Supérieure de Cachan, mars, 1983.

Mazars J., « A Description of Micro and Micro Scale Damage of Concrete Structure », *Journal of Engineering Fracture of Mechanics*, vol. 25, n° 5–6, p. 729-737, 1986.

Millard A., « Principe de conservation de l'embÃªtement », n.d., Communication personnelle.

Mounajed G., Menou A., Boussa H., La Borderie C., Carré H., « Multi-scale approach of thermal damage : applications to concrete at high temperature », vol. vol. 1 of *International Conference on Fracture Mechanics of Concrete and Concrete Structures*, Vail Colorado, USA, p. 513-520, 2004.

NIST, « Object Oriented Finite Element Analysis of Real Material Microstructure Working Group », 1998.

Prado a E., van Mier J., « Effect of particle structure on mode I fracture process in concrete », *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 70, p. 1793-1807, 2003.

Schlangen E., Koenders E., van Breugel K., « Influence of internal dilation on the fracture behaviour of multi-phase materials », *Engineering Fracture Mechanics*, 2006 (In Press).

Verpeaux P., Charras T., Millard A., *Castem2000 : une approche moderne du calcul des structures*, 1998.

Wang Z., Kwan A., H.C. C., « Mesoscopic study of concrete I : generation of random aggregate structure and finite element mesh », *Computers and Structures*, vol. 70, p. 533-544, 1999.