
Étude du Tassement Différentiel Sur Sols Hétérogènes

Christian La Borderie^{*} et Denys Breysse^{}**

Pôle Aquitain Génie Civil et Environnement

**LaSAGeC², Université de Pau et des Pays de l'Adour, Allée du Parc Montaury, 64600 Anglet.*

***CDGA, Université de Bordeaux I, Avenue des Facultés - Domaine Universitaire, 33405 TALENCE cedex*

christian.laborderie@univ-pau.fr, d.breysse@cdga.u-bordeaux1.fr

RÉSUMÉ. Les tassements différentiels dans les ouvrages sont une source fréquente de désordres. Leur origine réside souvent dans variabilité spatiale des propriétés des sols, dont l'imparfaite prise en compte nuit à la prévision de ces tassements. Nous présentons les premiers résultats obtenus à partir du code aux éléments finis Cast3M sur le problème d'une semelle isolée et de deux semelles voisines reposant sur un sol élastique hétérogène. La variabilité spatiale des caractéristiques du sol est représentée à l'aide de la théorie des bandes tournantes associée à une méthode de Monte Carlo.

ABSTRACT. The relative settlements are a frequent source of disorders in structures. Their origin often lies in space variability of the properties of the grounds, whose imperfect taking into account harms the forecast of these settlements. We present the first results obtained from the finite elements code Cast3M on the problem of a single shallow foundation and of two neighbouring shallow foundations laying on a heterogeneous elastic ground. The space variability of the ground properties is modelled using the rotating stripes theory and a Monte Carlo method.

MOTS-CLÉS: Sol hétérogène, éléments finis, monte carlo, bandes tournantes.

KEYWORDS: Heterogeneous soil, finite elements, monte carlo, rotating stripes.

1. Introduction

La variabilité spatiale des sols est l'une des sources principales d'endommagement et de dysfonctionnement des ouvrages. Elle résulte des processus de dépôt des sols, que ces processus soient naturels (Bolle, 1994) ou anthropiques (Breysse, 2001), (Deplagne, 1993). La variation spatiale de la rigidité du sol provoque des tassements et des tassements différentiels, qui induisent des contraintes parasites et des déplacements dans les ouvrages (ossatures, réseaux enterrés,

dallages, chaussées), et parfois leur fissuration. Une prédiction satisfaisante de ces conséquences structurelle requiert (Bauduin, 2003):

- (a) l'identification, la quantification et la modélisation de la source de variabilité, par exemple de la rigidité des terrains,
- (b) l'analyse de la réponse de l'ouvrage reposant sur ce sol.

Nous avons montré récemment (Breyse et al, 2005) comment la réponse de l'ouvrage est gouvernée par le rapport de la longueur de corrélation du sol à des dimensions caractéristiques de la géométrie du problème (largeur d'une semelle de fondation, longueur d'une conduite enterrée, distance entre appuis), mais ces résultats ont été obtenus en adoptant un modèle mécanique très simple pour l'interaction sol-structure : le modèle de Winkler, qui suppose une réaction élastique unidimensionnelle sous l'ouvrage. Nous proposons ici d'étudier la manière dont le tassement individuel d'une fondation superficielle et le tassement différentiel entre deux semelles voisines dépend des dimensions précitées en améliorant la modélisation du sol, qui sera considéré comme un milieu continu, dont la variabilité spatiale de rigidité est modélisée dans le cadre de la théorie des champs aléatoires.

2. Hypothèses

On supposera que les caractéristiques du sol sont élastiques. La méthode est bien sûr applicable dans le cas de comportements non linéaires, mais le couplage d'un calcul non linéaire à la méthode de Monte-Carlo nécessite des temps de calcul souvent prohibitifs. Le module d'élasticité moyen est pris égal à $E_{moy} = 10$ MPa avec un coefficient de variation de 30% soit un écart type $\sigma_E = 0.3 E_{moy} = 3$ MPa. Les effets de la variation du coefficient de Poisson sur les résultats sont considérés comme négligeables (Przewlocki, 99).

Le module d'élasticité du sol est considéré en tout point comme la réalisation d'un champ scalaire aléatoire gaussien stationnaire qui obéit à une loi de covariance exponentielle. Nous utilisons la méthode des bandes tournantes (Matheron, 73) pour reproduire sa corrélation spatiale :

$$C_{ij} = \sigma_E^2 \exp(-\lambda / d_{ij})$$

où d_{ij} est la distance entre les points considérés et λ est la longueur de corrélation. Dans le cas de structures anisotropes, plusieurs longueurs de corrélation différentes peuvent être associées aux directions d'anisotropie. L'utilisation de la méthode des bandes tournantes requiert un maillage régulier qui respecte l'anisotropie de la corrélation spatiale (donc isotrope dans notre cas). De façon à représenter correctement les variations des caractéristiques du sol, la taille h des éléments finis est au maximum égale au tiers de la longueur de corrélation ($h < \lambda/3$).

Nous faisons l'hypothèse d'un milieu bidimensionnel, en déformations planes. Cette hypothèse revient à considérer une longueur de corrélation infinie dans la

direction hors-plan. Le caractère tridimensionnel de la variabilité spatiale induit des mécanismes spécifiques, que nous ne pouvons donc pas reproduire ici.

3. Cas d'une semelle isolée :

3.1. Géométrie et conditions aux limites

On étudie le cas d'une semelle de largeur $B = 1$ m, simplement appuyée sur le sol et sollicitée par une pression uniforme $p = 300$ kPa. Cette valeur de pression correspond à une sollicitation courante pour un sol de module égal à 10 MPa. Le déplacement vertical du bord inférieur est bloqué ainsi que le déplacement horizontal des bords latéraux (Figure 1). L'action de la semelle est représentée par une pression uniforme de 300 kPa. Nous nous intéressons au déplacement vertical δ et à la rotation ω au centre de la semelle.

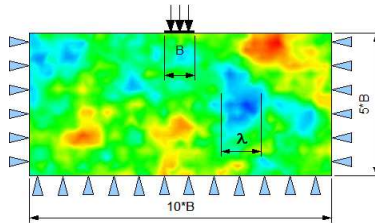


Figure 1 : Géométrie et conditions aux limites du problème

De façon à limiter les effets de bord tout en conservant une taille du problème raisonnable, nous considérons un domaine rectangulaire de hauteur $H = 5B$. Nous avons étudié l'évolution du déplacement vertical δ du centre de la semelle en fonction de la largeur L_x de l'échantillon afin de l'optimiser. Nous avons tracé sur la courbe suivante, l'erreur relative $e = (\delta - \delta_\infty)/\delta_\infty$ en fonction du rapport L_x/B . La valeur $L_x/B = 10$ a été retenue pour la suite des calculs.

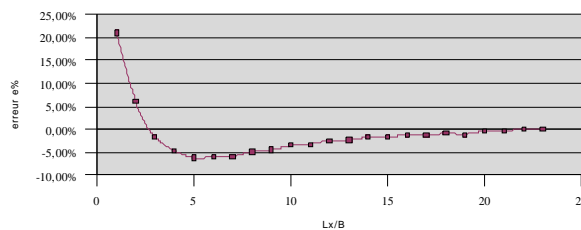


Figure 2 : Influence de la largeur du domaine sur l'erreur relative en déplacement.

3.2. Modèle numérique

Le maillage régulier est constitué d'éléments triangulaires à 3 noeuds (CST) dont la taille est égale au dixième de la largeur de la semelle ($h = B/10$), ce qui induit une borne inférieure pour la longueur de corrélation : $\lambda > 3 B / 10$. La taille du domaine

(10B x 5B) n'impose pas de limite supérieure à la longueur caractéristique, mais les grandes valeurs de λ donneront des répartitions quasi-homogènes du module d'élasticité E dans le domaine, même si le caractère aléatoire des caractéristiques du sol demeure. La figure 3 illustre 4 réalisations du champ aléatoire, pour différentes valeurs de λ / B .

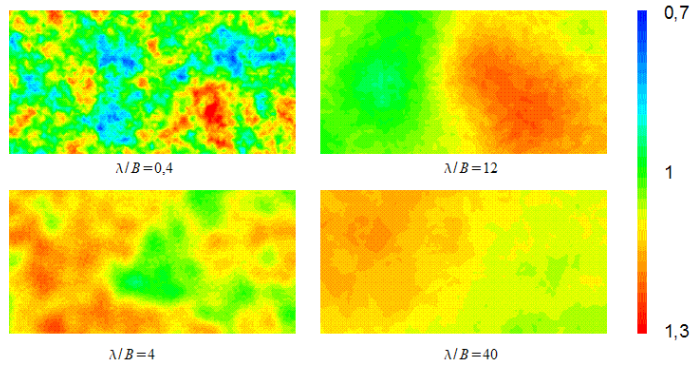


Figure 3 : champ aléatoire de $E(x) / E_{moy}$ pour différentes valeurs de λ / B

3.3. Influence de la longueur de corrélation

Chaque longueur de corrélation donne lieu à 500 calculs obtenus pour des tirages indépendants du module d'élasticité. Les différentes longueurs de corrélations sont choisies réparties uniformément sur une échelle logarithmique dans l'intervalle $[B/3, 500B]$, en suivant la formule $\log(\lambda_i/B) = \xi i$, avec $\xi = 0.1$ (pas logarithmique) et $-5 < i < 27$. Pour chaque valeur de λ_i , nous calculons la moyenne et la variance du déplacement δ et de la valeur absolue de la rotation $|\omega|$ sur l'ensemble des 500 simulations.

Pour le tassement, la moyenne δ_{moy} dépend peu de λ_i , mais l'écart type σ_δ suit une variation non monotone, en étant maximal quand le rapport λ_i / B est compris entre 5 et 10 (Figure 4). La moyenne de la valeur absolue de la rotation est un élément montrant l'importance de prendre en compte l'hétérogénéité du sol : pour un sol homogène, cette valeur est identiquement nulle. Son évolution en fonction de la longueur caractéristique révèle les mêmes caractéristiques que celle de l'écart-type du tassement (Figure 5).

Cette évolution non monotone est un résultat classique qui s'explique ainsi :

- quand λ_i / B tend vers zéro, les hétérogénéités locales sous la semelle sont lissées et tout se passe comme si le sol était homogène,
- quand λ_i / B tend vers l'infini, les variations spatiales des propriétés du sol sont « lentes » à l'échelle de la semelle et, là encore, tout se passe comme si le sol était homogène,

- c'est dans les situations intermédiaires que l'effet des hétérogénéités est le plus marqué.

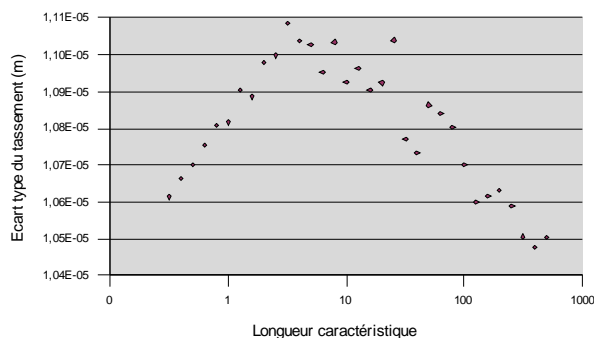


Figure 4 : Influence de la longueur de corrélation sur l'écart type du tassement

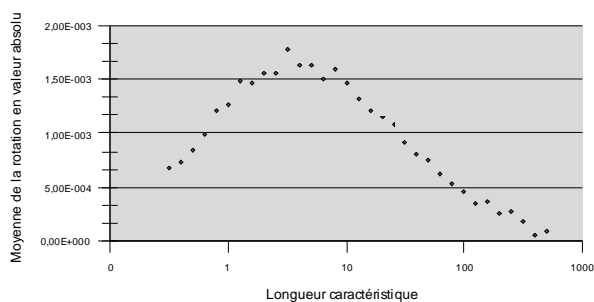


Figure 5 : Influence de la longueur de corrélation sur la rotation

4. Cas de deux semelles : analyse des tassements différentiels

4.1. Géométrie et conditions aux limites

Le problème est modélisé de manière similaire à celui traité ci-dessus, mais nous nous considérons désormais deux semelles distantes de D . La taille du domaine est modifiée en conséquence (figure 6). Le tassement différentiel entre les deux semelles, qui peut être la source de désordres sur la structure est noté δ_{12} . Si l'on suppose les tassements indépendants, la variance du tassement différentiel est le double de la variance des tassements individuels. Dans le massif les résultats sont différents, pour deux raisons :

- quand les semelles sont proches ($D < \lambda$), les propriétés moyennes du sol sous les deux semelles ont tendance à être corrélées, et le tassement différentiel est réduit,

- par ailleurs, quand les semelles sont proches, chaque semelle contribue (légèrement) au tassement de la semelle voisine. Ce couplage mécanique est cependant négligeable, devant le précédent.

De fait, trois dimensions (B , D , λ) gouvernent la réponse du système (Fig. 7).

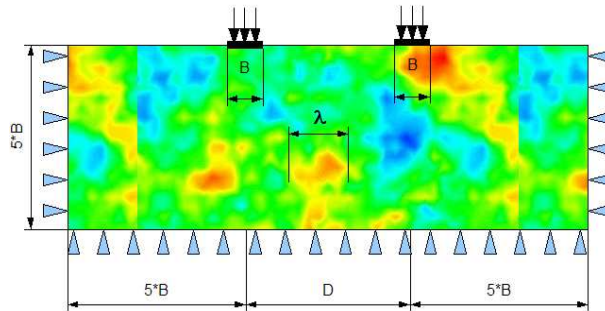


Figure 6 : Géométrie et conditions aux limites du problème

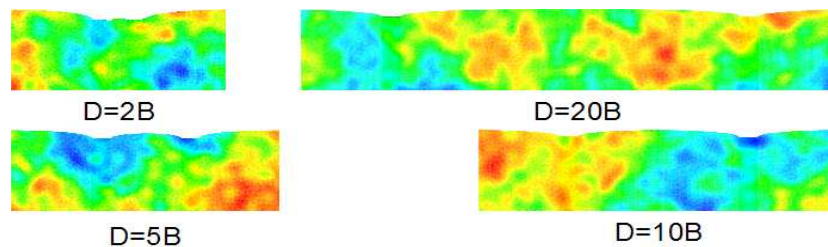


Figure 7 : Allure du massif déformé pour différentes valeurs de D et $\lambda = 5 B$.

Les calculs ont été effectués pour 32 valeurs de λ et 4 distances D entre semelles. Dans tous les cas, on conserve $B = 1$. Les résultats peuvent donc être exprimés en fonction des rapports adimensionnels λ/B et D/B . Compte tenu de la densité du maillage imposée par l'étude de précision, le nombre de degrés de libertés varie de 48 682 pour $D=2B$ à 121402 pour $D=20B$. Bien que les calculs aient été effectués sur un ordinateur puissant (bi processeur opteron 64 bits avec 8Go de mémoire), nous avons limité pour cette étude le nombre de tirages à 250 pour que les temps de calculs ne soient pas trop importants. L'étude a donc donné lieu à $250 \cdot 32 \cdot 4$, soit 32000 calculs élastiques.

4.2. Etude du tassement différentiel

On s'intéresse à la variation du tassement différentiel en fonction des deux rapports λ/B et D/B . Le tassement différentiel δ_{12} étant en moyenne nul (chaque semelle a une probabilité $\frac{1}{2}$ de tasser plus que sa voisine), on travaille sur la valeur absolue du tassement différentiel $|\delta_{12}|$. Pour des facilités d'écriture, nous nous abstenons cependant dans ce qui suit d'utiliser la notation $|\cdot|$. Comme, par ailleurs, on souhaite estimer les risques de désordre sur l'ouvrage, il est naturel de quantifier une valeur de tassement différentiel dont le risque de dépassement est faible. Nous

avons choisi le tassement différentiel (en valeur absolue) caractéristique δ_{12k} correspondant au fractile à 95 %, qui n'a donc qu'une probabilité de 5 % d'être dépassé.

Les évolutions du tassement différentiel moyen et du tassement différentiel caractéristiques suivent les mêmes tendances, en révélant un maximum pour une valeur de λ/B comprise entre 1 et 10, mais la position du pic de la courbe dépend de D/B , en se déplaçant vers la droite quand D/B augmente (figure 8).

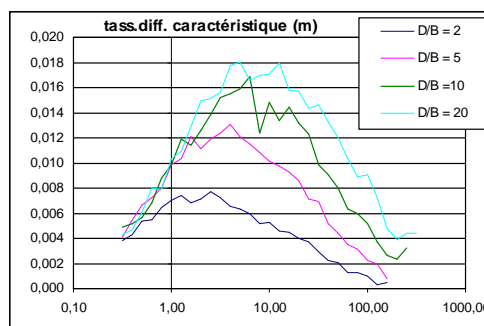


Figure 8. Tassement différentiel caractéristique δ_{12k} en fonction de λ/B et de D/B

Il est aussi intéressant d'étudier la variation du rapport $\delta_{12 \text{ moy}} / \sigma_{\delta}$ où σ_{δ} est l'écart-type du tassement individuel de la semelle. Les courbes (figure 9) ne montrent plus l'allure des graphiques précédents, mais révèlent un plateau pour les faibles valeurs de λ/B .

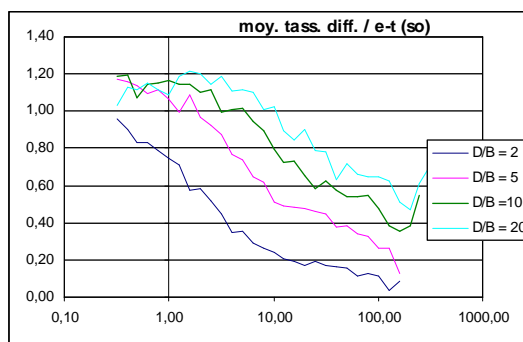


Figure 9. Rapport entre le tassement différentiel moyen $\delta_{12 \text{ moy}}$ et l'écart-type du tassement individuel σ_{δ} en fonction de λ/B et de D/B

L'altitude du plateau peut être calculée analytiquement. Il correspond à la situation où $D \gg \lambda$ (en pratique D de l'ordre de 6λ si l'on regarde les courbes), où l'on peut considérer les deux tassements comme indépendants. En faisant l'hypothèse (correcte) d'une distribution gaussienne des tassements, on peut exprimer : $\delta_{12 \text{ moy}} \leq (2/\sqrt{\pi}) \sigma_{\delta} \approx 1.128 \sigma_{\delta}$, ce qui correspond bien aux résultats des simulations.

De la même manière, on peut démontrer que le tassement caractéristique (au risque de 5 %) est plafonné par : $\delta_{12k} \leq 1.96 \sqrt{2} \sigma_{\delta} \approx 2.77 \sigma_{\delta}$

Conclusions et perspectives

Les simulations numériques du tassement absolu et du tassement différentiel de semelles de fondations superficielles reposent sur la modélisation par champ aléatoire et la méthode de Monte-Carlo. Elles ont permis de caractériser l'influence des différentes dimensions qui gouvernent la réponse du système. L'existence d'une plage critique pour le rapport entre la longueur de corrélation du sol et la distance et la taille de la semelle a été confirmée, cette plage dépendant de la distance entre semelles. On a aussi montré que les tassements différentiels caractéristiques sont plafonnés à une valeur multiple du tassement individuel moyen, ce qui permet d'estimer simplement, dans le cadre d'une approche conservatrice, les tassements différentiels susceptibles de se produire avec une probabilité fixée à l'avance (ici 2.77 ce tassement moyen au risque de 5 % de dépassement). Cette règle simple permet de tenir compte des effets de l'hétérogénéité sans passer par une modélisation complexe. Les perspectives majeures concernent la modélisation des effets sur l'ouvrage susceptible de s'endommager, ce qui conduit à des redistributions des pressions exercées sur chaque appui. Les travaux seront poursuivis dans cette optique.

Remerciements

Nous tenons à remercier le conseil régional d'Aquitaine pour son soutien.

Références

- Bauduin C., Uncertainties and their relevance for the design of deep excavations near existing structures, *Proc. XIII ECSMGE Conf.*, 445-449, Prague, 2003.
- Bolle A., How to manage the spatial variability of natural soils, *Probabilities and materials*, 505-516, ed. D. Breyssse, Kluwer, 1994.
- Breyssse D., Les enjeux de la modélisation des terrains et des structures pour décrire au mieux l'interaction sol-ouvrage, *Proc. of A. Caquot conference*, ed. Presses ENPC, Paris, 2001.
- Breyssse D., Niandou H., Elachachi S. " Generic approach of soil-structure interaction considering the effects of soil heterogeneity ". *Comp. and Geotech.* 31. p. 625-641, 2004.
- Breyssse D., Niandou H., Elachachi S.M., Houy L., Generic approach of soil-structure interaction considering the effects of soil heterogeneity, Symposium in print "Risk and variability in geotechnical engineering", *Geotechnique*, Vol LV, n. 2., pp. 143-150, 2005.
- Elachachi S., Breyssse D., Houy L. " Longitudinal variability of soils and structural response of sewer networks ". *Computers and Geotechnics* 31. p. 625-641, 2004.
- Matheron G. " The intrinsic random functions and their applications ". *Advances in applied probability* 5. p. 439-468, 1973.
- Przewlocki J. " Reduction of dimensions in random elastic soil medium ". *International Journal of Solids and Structures* 36. p. 5233-5254, 1999.
- Verpaux P., Charras T., Millard A. Castem2000: une approche moderne du calcul des structures. In Fouet J., Ladevèze P., Ohayon R. (Eds.) *Calculs de structures et intelligence artificielle*. Pluralis. 1988.