COMPARAISON ESSAIS-CALCULS SUR UNE MINIGRILLE DE TENSEGRITE

N. Angellier, J.F. Dubé, B.Crosnier

Laboratoire de Mécanique et Génie Civil – UMR5508
Université de Montpellier II
cc048 Place E. Bataillon
34096 Montpellier cedex 5.

angellier@lmgc.univ-montp2.fr, dube@lmgc.univ-montp2.fr,
crosnier@lmgc.univ-montp2.fr

RÉSUMÉ. *Les structures de tenségrité ont un comportement mécanique complexe et leur contrôle dynamique nécessite une connaissance aiguë de celui-ci. C'est dans ce but qu'ont été réalisées et confrontées des simulations et des expériences sur une minigrille de tenségrité et ses éléments.*

ABSTRACT. *The complexity of the mechanical behaviour of the tensegrity structures is a challenge for their control under natural solicitations. This paper deals with some of the numerical and experimental developments carried out on a tensegrity mini-grid and their confrontation.*

MOTS-CLÉS : *tenségrité, autocontrainte, structure, vibrations, mesures, simulations numériques*

KEYWORDS: *tensegrity, self-stress, structure, vibrations, measurements, numerical simulations*

1. Introduction

Lorsque que l'on s'attaque à la problématique importante du contrôle d'une structure, la connaissance la plus complète possible de son comportement mécanique est une étape préliminaire incontournable. Une structure de tenségrité ne déroge d'autant pas à cette règle que sa spécificité : « système dans un état d'autocontrainte stable, qui comprend un ensemble discontinu de composants comprimés à l'intérieur d'un continuum de composants tendus » (R. Motro), rend ce point des plus délicat.

Pour avoir accès à cette connaissance, une étude numérique en amont peut apporter un lot d'informations non négligeables qui doit surtout éclairer le nœud central du problème : la mise en place d'un protocole expérimental bien adapté sur la structure réelle, à savoir le choix de bons moyens instrumentaux pour l'obtention de données fiables et utiles.

L'équipe Conception en Structures du Laboratoire de Mécanique et Génie Civil de Montpellier dispose depuis l'an 2000 d'une structure de tenségrité suite au projet « Tensarch® » [MOT02]. Il portait sur la faisabilité de la conception et la réalisation

d'une grille plane de tenségrité de dimensions 12,80m*9,60m en collaboration avec la société Ferrari (fabricant de membranes et textiles composites). Nous utilisons en fait un morceau de dimensions moindres, nommé « minigrille ».

2. Etude numérique de la minigrille

2.1. *La minigrille*

C'est une grille plane à double nappe de câbles dont le motif de base reprend le principe de l'écarteur : deux à deux les barres forment des V perpendiculaires et opposés séparés par un tirant vertical dont on peut faire varier la longueur (figure1).

Figure 1. La minigrille : vue d'ensemble et zoom sur un nœud.

Elle est constituée de 81 éléments reliés par des nœuds : 24 barres (tubes creux) en compression et des éléments en tension, à savoir 36 câbles ainsi que 9 tirants verticaux et 12 tirants périphériques (tableau 1) ; les tirants sont les éléments actifs de la structure [AVE02].

Type d'élément	Longueur (m)	Module d'Young (Pa)	Section (m²)	Inertie (m^4)
Barres	1,13	2.0E11	3.30E-4	1.80E-8
Câbles	0,80	1.6E11	5.03E-5	2.01E-10
Tirants verticaux	0,80	2.0E11	7.85E.5	4.91E-10
Tirants de côté/coin	1,13/1,38	2.0E11	5.03E-5	2.01E-10

Tableau 1. Caractéristiques des éléments de la minigrille.

2.2. *Etude numérique préliminaire*

Le logiciel Tenségrité 2000 développé par Jérôme Quirant du LMGC [QUI00] est dédié aux systèmes de tenségrité et permet de déterminer les états d'autocontrainte de base et les mécanismes d'une structure à partir de ses données géométriques (position des nœuds et connectivités des éléments) et de ses conditions limites. Ainsi, la minigrille s'avère être un système relativement simple puisque, dans des conditions d'appuis bien choisies (3 appuis complètement bloqués et répartis de manière non symétrique), elle possède seulement deux états d'autocontrainte de base (notés EA1 et EA2). C'est à partir de ces états que l'on est en mesure de construire un état d'autocontrainte qui assure la stabilité de la structure et les états limites de service que l'on s'impose. C'est pour un rapport 0,5 entre les deux coefficients a et b de chaque état d'autocontrainte de base (a*EA1 + b*EA2) que l'on obtient une répartition des forces dans les éléments la plus homogène possible notamment pour les tensions des câbles, éléments les plus à risque de la structure (figure 2).

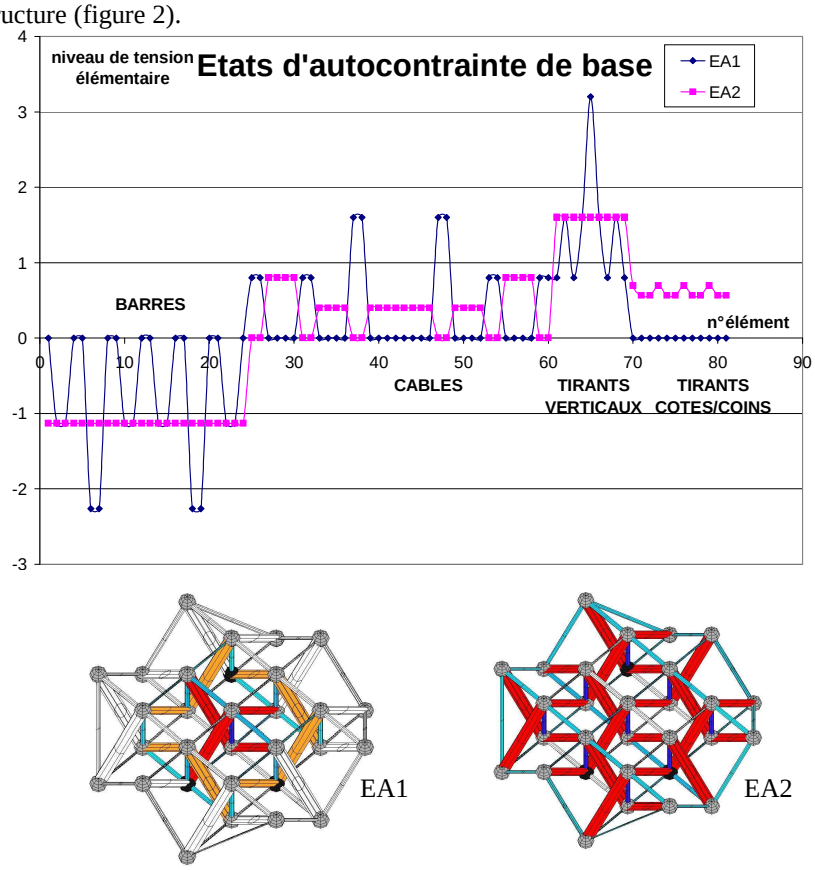


Figure 2. Les deux états d'autocontrainte de base EA1 et EA2 de la minigrille.

Partant de ce choix d'état d'autocontrainte et de conditions d'appuis, le code par éléments finis Cast3M [VCM88] a été utilisé pour les prospections numériques plus avancées. Gardant en tête les objectifs expérimentaux futurs, l'étude a été menée sur l'établissement des fréquences des modes propres et leur évolution en fonction du niveau d'autocontrainte. Il a été ainsi mis à jour une variation en racine pour le premier mode de quelques hertz dans la gamme accessible des niveaux de tension (pour les modes suivants, cette évolution est quasi linéaire et faible) De cette manière nous pouvons sélectionner les conditions d'appuis qui répondent au mieux à cette nécessité de mesurer des fréquences inférieures à 100 Hz (figure 3).

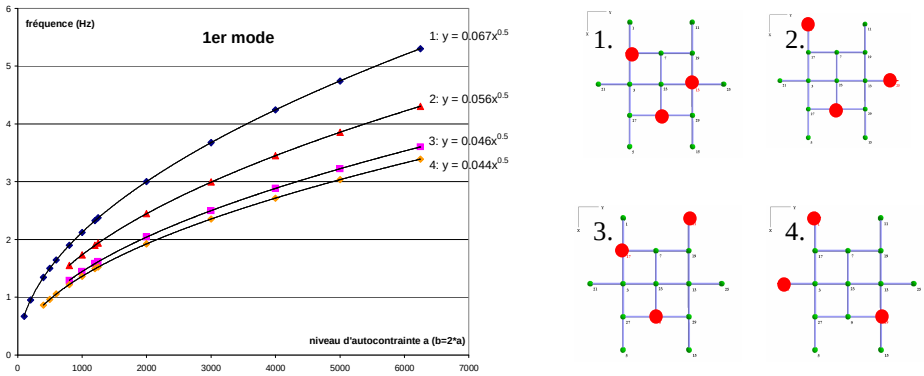


Figure 3. Evolution de la fréquence du premier mode propre en fonction du niveau d'autocontrainte pour 4 conditions d'appuis.

2.3. *De la simulation à l'expérience*

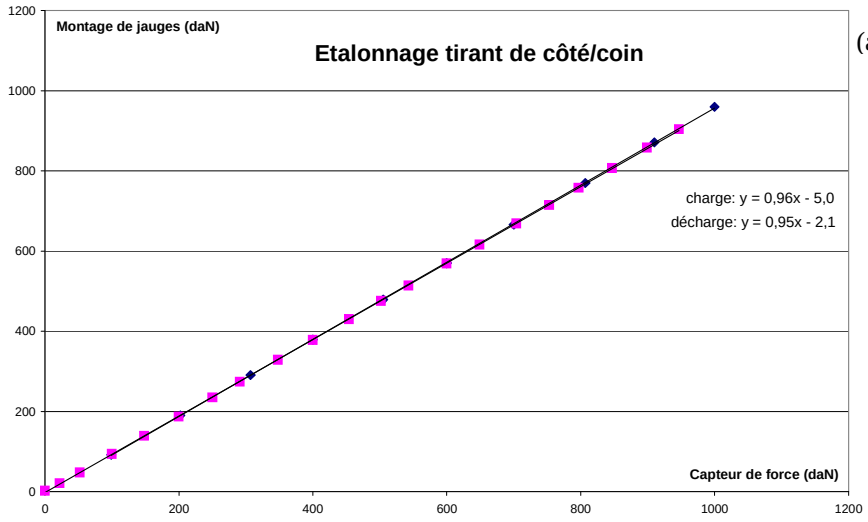
En se basant sur les caractéristiques de ses éléments ainsi que sa géométrie, l'étude numérique préliminaire de la minigrille permet de se faire une idée du comportement mécanique que l'on peut attendre de la structure réelle. On y voit plus clair aussi sur les choix à faire concernant notamment les conditions d'appuis.

Néanmoins, il paraît évident que les efforts doivent se porter avant toute chose sur la mise en état d'autocontrainte. Une méthode a déjà été mise au point au sein du laboratoire permettant, à partir d'un état actuel de la structure, d'atteindre un état cible autocontraint. La mesure de l'état actuel repose sur la méthode des cordes vibrantes appliquée sur les éléments tendus de la minigrille. Nous proposons dans la suite de ce papier des mesures plus directes et plus complètes. Des montages de jauges vont équiper des éléments barres et des tirants. S'agissant de la tension dans les câbles, nous présentons les résultats obtenus avec un tensiomètre trois points élaboré au laboratoire. Le but de ces mesures est de vérifier la pertinence des mesures indirectes et d'affiner l'identification de l'état actuel.

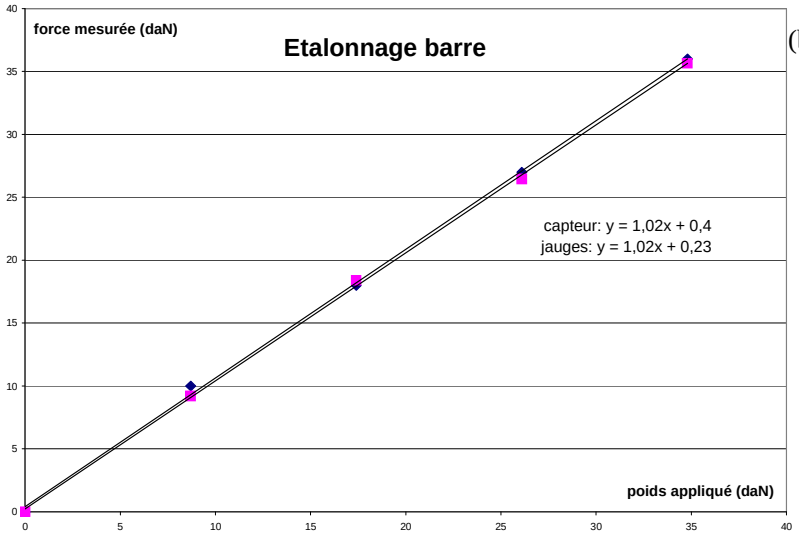
3. Instrumentation de la minigrille

3.1. Efforts dans les barres et les tirants

La volonté d'explorer une nouvelle voie pour la mesure des efforts dans les éléments de la minigrille ne répond pas seulement au souci de faire appel à des moyens plus directs. En effet l'utilisation de jauges (Vishay CEA-06-250UW-350) permet de mesurer les barres comprimées, éléments jusqu'alors laissés de côté. Pour cela, les montages de jauges ont été sélectionnés avec soin. Ainsi, pour les barres, un montage pont complet classique est dédié à la détection de la flexion, tandis qu'un montage surnommé « demi pont complet » (qui consiste en un pont complet fonctionnant comme un demi pont par la mise en place de résistances en lieu et place de jauges sur deux bras opposés du pont) permettra de mesurer la compression en s'affranchissant de cette éventuelle flexion. Ce dernier montage est repris pour les tirants afin d'obtenir leur tension. Il n'est bien entendu pas question d'instrumenter chaque élément de la minigrille. Les voies du conditionneur (Vishay 2120) étant limité en nombre nous adoptons une stratégie qui tienne compte des états d'autocontraintes de la minigrille ainsi que de ses symétries géométriques. Les étalonnages sont réalisés à l'aide d'un capteur de force (monté sur un banc de traction pour les tirants, par application de poids pour les barres). La concordance observée (différences inférieure à 5%) est tout à fait acceptable pour les utilisations futures (figure 4).



(a)



(b)

Figure 4. Etalonnage des montages de jauges « demi pont complet » pour (a) un tirant et (b) une barre.

De cette manière, il nous a été possible de lever les soupçons sur la présence de flexion dans les barres et de vérifier tout simplement l'équilibre des nœuds (tableau 2).

Elément	Effort (daN)	Equilibre (écart en daN)
Tirant Vertical	-1144	Vertical (barres et tirant)
Barre 1	821	5
Barre 2	804	Horizontal dans le plan des barres (barres et câbles 1 et 2)
Câble 1	-98	2
Câble 2	-88	Horizontal dans le plan perpendiculaire aux barres (câbles 3 et 4)
Câble 3	-438	53
Câble 4	-491	

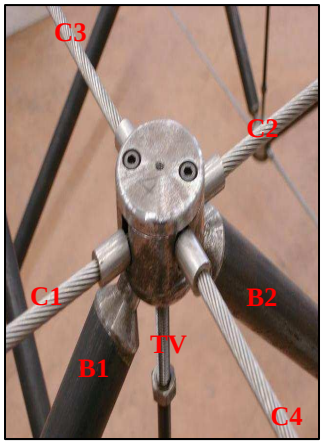


Tableau 2. Equilibre d'un nœud

En effet, on observe que verticalement, la compression des barres s'équilibre presque parfaitement avec la tension dans le tirant. Il en est de même horizontalement avec la tension dans les câbles qui sont dans le plan des barres. Pour les deux autres câbles, l'écart n'excède pas 15%.

3.2. *Méthode des cordes vibrantes*

Quand on fait vibrer un élément en tension (tirant ou câble) à la suite d'un choc, la valeur de la fréquence de vibration peut donner une indication du niveau de tension si l'on dispose d'une bonne loi d'étalonnage. Par le passé, cette méthode a été utilisée pour la minigrille et des lois d'étalonnage sont à notre disposition [CRO03]. Pour les vérifier, nous avons réalisé des tests sur banc de tension afin d'obtenir des coefficients actualisés. De plus, nous disposons maintenant pour les tirants de la mesure de force grâce aux montage de jauges, ce qui nous permet d'effectuer des essais avec des tirants intégrés à la minigrille. Force est de constater que les coefficients des lois force-fréquence ne concordent pas entre l'étalonnage effectué sur le banc et celui effectué sur le tirant en place dans la minigrille (figure 5).

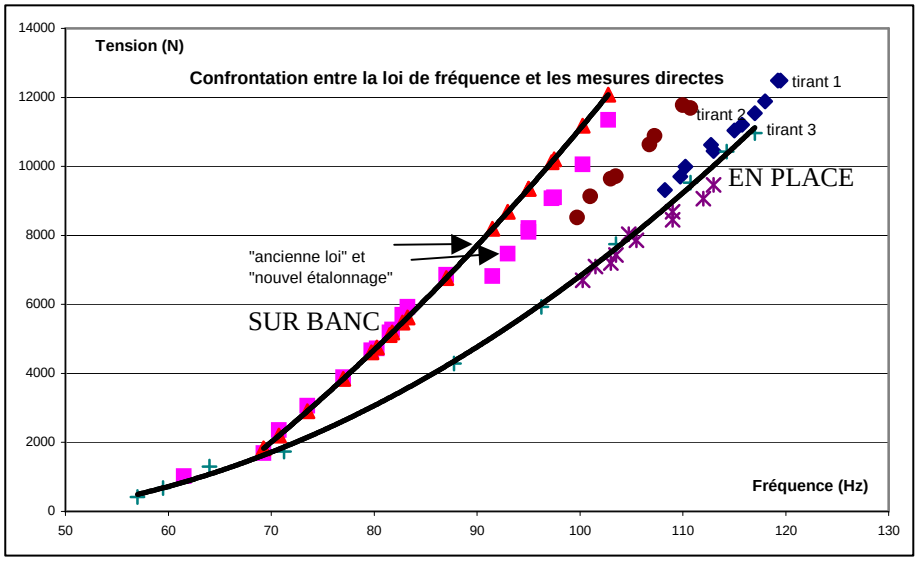


Figure 5. La loi de fréquence ne colle pas avec les mesures in-situ

Les mesures ont été effectuées sur trois tirants différents : le tirant central, un tirant de côté et un tirant de coin. Nous remarquons que même si les mesures ne sont pas totalement dispersées, à une fréquence donnée correspond trois tensions distinctes : chaque tirant n'a pas la même loi en fréquence. De plus, l'ancienne loi ainsi que l'étalonnage nouvellement effectué sur le banc de tension surestiment nettement la tension pour une fréquence donnée. Les caractéristiques des tirants étant

identiques, il semble que leurs conditions limites jouent un rôle dans cette loi de fréquence, les conditions du banc n'étant de toute évidence pas compatible avec celles in-situ. De plus les conditions limites des tirants en place semblent différentes pour chacun d'eux. Pour vérifier cette hypothèse, nous avons simulé les essais sur banc en jouant sur les conditions limites ainsi que le comportement du tirant central en place en fonction du niveau d'autocontrainte de la minigrille (figure 6).

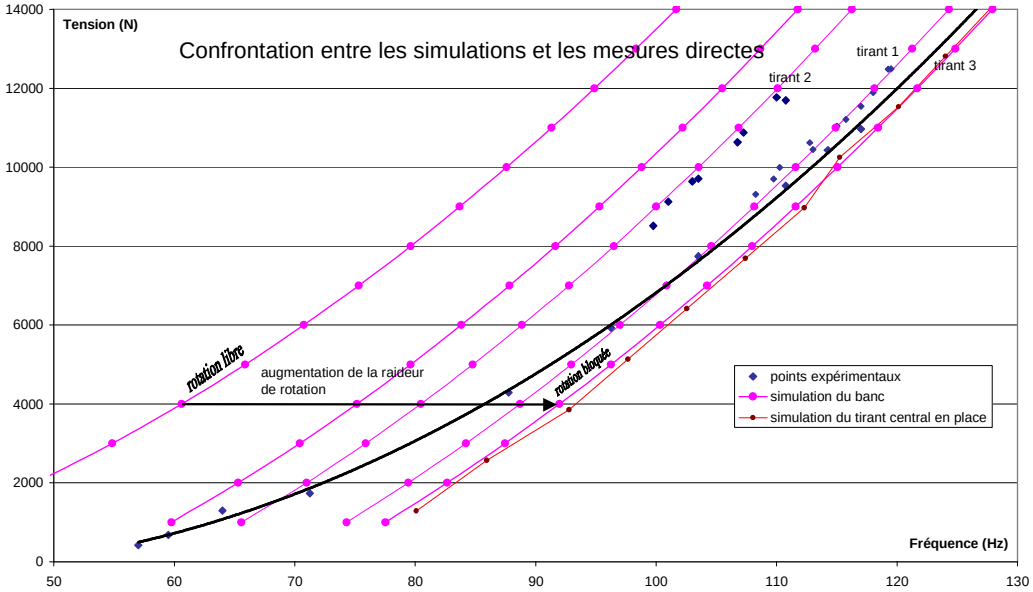


Figure 6. Comparaison avec les lois de fréquence sous cast3m

Les simulations du banc de tension montrent qu'en ajustant le blocage en rotation des nœuds, on peut retrouver les courbes expérimentales des tirants pour les hautes fréquences. Les lois expérimentales préalablement obtenues sur le banc (figure 5) correspondant à des nœuds presque libres en rotation. Nous voyons pour le tirant 3 qu'au départ de sa mise en place, la courbe démarrait à un niveau moins élevé de blocage. La conception des nœuds avec l'assemblage des barres associées aux câbles de nappe fait que la rotation des nœuds aux extrémités des tirants est empêchée. Cette liberté de rotation est d'autant plus réduite que le niveau tension du tirant est élevé car la compression des barres concernées qui en découle bloque partiellement le noeud. Par contre, la simulation du tirant en place montre que sous autocontrainte la loi de fréquence coïncide avec la courbe correspondant à des nœuds complètement bloqués. Pour la simulation nous n'augmentons pas seulement la tension dans un tirant mais le niveau d'autocontrainte de l'ensemble de la structure. Les barres apportent de la rigidité en rotation mais les câbles aussi. Cette différence de procédure apporte naturellement une rigidité supplémentaire en rotation pour la structure simulée.

3.3. *Tension dans les câbles*

Pour la tension dans les câble nous ne disposions jusqu'alors que de la méthode des cordes vibrantes. Les essais sur banc d'étalonnage montrent que la loi en fréquence est peu différente de la loi de la corde vibrante articulée à ses extrémités [CRO03]. Pour compléter ce dispositif, nous développons un tensiomètre trois points adapté.

Il est possible de déterminer la tension dans l'élément à partir de la courbe force-déplacement (figure 7). Jusqu'à présent, le guidage n'est pas assez fin pour permettre d'atteindre une précision (ici de 20%) satisfaisante mais le principe de fonctionnement est validé.

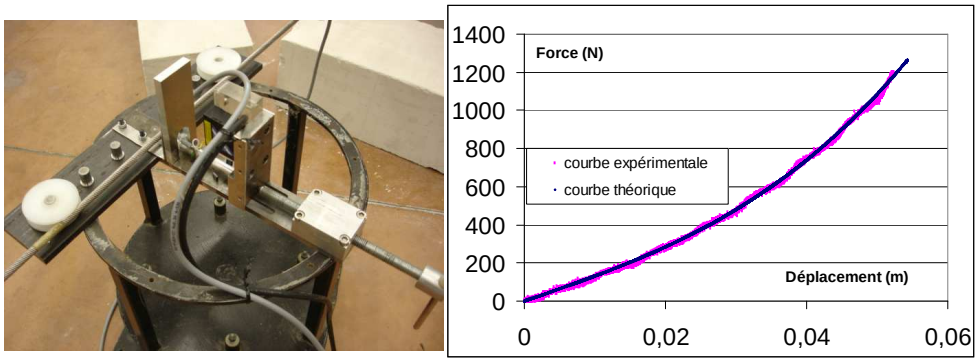


Figure 7. Le tensiomètre – Courbes force-déplacement théoriques et expérimentales.

La mise en équation de ce système permet d'obtenir la force F nécessaire pour imposer le déplacement d :

$$F = \frac{2T}{\ell} d + \left(\frac{k_0 K}{k_0 + K} \right) \frac{d^3}{\ell^2}$$

$k_0 = \frac{ES}{L_0}$ avec E le module d'Young, S la section et L_0 la longueur libre du câble.

K est la raideur des appuis, ℓ est la demi-longueur entre les appuis du tensiomètre.
T est la tension du câble et intervient dans le terme de premier ordre en d.

Pour les petits déplacements, la pente de la partie linéaire de la courbe nous donne la tension dans le câble, tandis que pour les grands déplacements, une valeur de la courbe va nous donner une information concernant la raideur des appuis qui ne nous intéresse pas explicitement.

4. Conclusions

Ces quelques pages ont permis d'exposer les derniers travaux en cours sur la minigrille de tenségrité de l'équipe Conception en Structures du Laboratoire de Mécanique et Génie Civil de Montpellier. Le but final de ses recherches est le contrôle sous sollicitations naturelles mais le préalable incontournable est une bonne connaissance du comportement mécanique de ces structures. Pour un système de tenségrité cela consiste surtout en une bonne mise en autocontrainte. Nous avons présenté ici les nouveaux choix instrumentaux permettant d'identifier et de contrôler l'état mécanique de la minigrille : les montages de jauges pour la compression des barres et la tension des tirants, ainsi que l'utilisation d'un tensiomètre pour les câbles sont un complément précieux à la méthode des cordes vibrantes. Celle-ci présente en effet des faiblesses du fait de la diversité et la complexité des conditions d'appuis des éléments une fois en place dans la minigrille.

Les prochaines campagnes d'essai consisteront à étudier les champs de déplacements des nœuds induits par des chargements statiques divers et ce pour de multiples niveaux d'autocontrainte de la minigrille. Pour cela, l'équipe s'est récemment équipé d'un tachéomètre automatique avec une précision de 0,3 mm car même les bas niveaux d'autcontrainte donnent à la structure une rigidité suffisamment élevée pour induire des amplitudes de déplacements faibles avec des chargements raisonnables.

5. Bibliographie

[MOT02] Motro R. (2002) Tensarch Project. First International Conference on Space Structures. In : Telford T, editor. Guilford, UK : G.A.R. Park and P. Disney; p. 57-66.

[AVE02] Averseng J. (2001) Méthodologie de la mise en auto-contrainte des systèmes de tenségrité, DEA, dir. B. Crosnier, M.N. Kazi Aoual, LMGC, Université Montpellier II, 05.07.01, 46p.

[QUI00] Quirant J. (2000) Systèmes de tenségrité et autcontrainte : qualification, sensibilité et indice sur le comportement. Thèse, Laboratoire de Mécanique et Génie Civil.

[VCM88] Verpeaux P., Charras T., Millard A. (1988) Castem2000, une approche moderne du calcul des structures. In J.M Fouet, P. Ladevèze, and R. Ohayon, editors, Calcul des structures et intelligence artificielle.

[CRO03] Crosnier B., Cevaer F. (2003) Stratégies de mise en précontrainte dans les systèmes de tenségrité et contrôle. Revue Française de Génie Civil, Hermès.